

Геометрия пространства двойной планетной системы: Земля – Луна

Злобин И. В.

*Злобин Игорь Владимирович / Zlobin Igor Vladimirovich – ведущий специалист,
член Финляндской астрономической ассоциации,
отдел технической и программной поддержки компьютерного центра,
Высшая техническая школа «SETMO», г. Хельсинки, Финляндия*

Аннотация: рассмотрен процесс устойчивости Луны на орбите вокруг Земли с точки зрения геометродинамики. Представлено предложение, в котором формулируется гипотеза о существовании гравитационного изгиба, создающегося полями тяготения Земли и Луны. Методом диаграмм погружения количественно определена высота предполагаемого изгиба в точке пересечения искривленных метрик. Так, его высота со стороны Луны оценивается величиной $h_{Ac} \approx 0,112933 \times 10^5$ см, а со стороны Земли $h_{\delta A} \approx 3,478138 \times 10^5$ см. Проведена оценка времени соскальзывания Луны со своей орбиты в результате торможения, вызванного излучением слабых гравитационных волн. Эта величина определена, как $t \approx 1,349971 \times 10^{32}$ сек.

Ключевые слова: диаграмма погружения, Земля, Луна, Ньютон.

УДК 523.3

PACS number(s): 04.90.+e

1. Введение

Задача об устойчивом движении естественного спутника Земли является одной из самых сложных в небесной механике. Это вызвано следующими факторами: 1) Луна - самое близкое к Земле небесное тело, и малейшие отклонения в движении Луны могут быть замечены с Земли; 2) изменение положения Луны относительно Земли происходит: во-первых – за счет притяжения её Землей (основная сила) и во-вторых – за счет того, что Солнце притягивает Луну слабее или сильнее, чем Землю. Это вызвано тем, что Луна (в процессе движения по орбите вокруг Земли) оказывается то ближе, то дальше от Солнца по сравнению с Землей. Отсюда и возникает эффект разности сил притяжения между Солнцем, Землей и Луной; 3) Земля не является точным шаром, она имеет форму сфероида. Здесь нужно помнить, что возмущающая сила за счет сжатия не превышает 10^{-6} силы притяжения между Луной и Землей [3, с. 34]; 4) Луна перемещается по орбите глубоко внутри сферы тяготения Земли.

Сегодня теория движения Луны основывается на представлениях ньютоновской механики и оперирует законами классической физики. Использование этих законов позволяет достаточно точно описывать поведение естественного спутника Земли в любой точке на орбите. Здесь же будет показано, что, используя некоторые существующие следствия, вытекающие из геометродинамики, можно по-новому взглянуть на задачу устойчивого движения Луны вокруг Земли.

2. Теоретическая часть

Прежде чем перейти к анализу примем ряд допущений: 1) планета Земля и ее естественный спутник Луна - есть по необходимости сферические симметричные системы. Это обусловлено тем, что можно пренебречь малостью возмущающей силы, которая возникает за счет степени сжатия Земли и Луны. Следовательно, создаваемые этими объектами гравитационные поля должны обладать сферически симметричной топологией; 2) расчеты будут проводиться для определенного статического положения, т. е. для фиксированной в пространстве и во времени координатной точки, расположенной на орбите Луны; 3) квантовыми флуктуациями метрики, возникающими вблизи выше указанных объектов, пренебрегаем.

Опираясь на допущение о том, что Земля и Луна являются сферическими симметричными системами, тогда к системам такого рода можно применить теорему Биргоффа [5, с. 28], которая формулируется следующим образом: любая сферически симметричная геометрия некоторой области пространства-времени (являющаяся решением уравнения Эйнштейна в вакууме) с необходимостью является частью геометрии Шварцшильда.

Таким образом, сферически симметричное гравитационное поле в пустом пространстве должно быть статическим и описываться метрикой Шварцшильда [1, с. 97].

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2M}{r}\right)} - r^2 d\Omega^2, \quad (1)$$

где $d\Omega^2 \equiv d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\varphi^2$ угловой элемент. Причем, здесь принята метрика с сигнатурой (+; -; -; -). Так же, понятно, что в данном случае поля тяготения создаются непосредственно Землей и Луной.

Известно, что любая неоднородность в пространстве, вызванная наличием исходной массы, ведет к возмущению пространственно-временной метрики. Вопрос состоит в том, насколько то или иное тело «деформирует» геометрию пространства? Здесь следует отметить, что глубина гравитационной ямы прямо пропорциональна массе M , стоящей под знаком радикала. Это означает, что для любого текущего значения M можно рассчитать параметры гравитационной потенциальной ямы.

Для того чтобы получить численные значения глубин гравитационных ям, необходимо воспользоваться выводами, вытекающими из геометродинамики [1, с. 126]. В ее основе лежат законы, которые применяются для анализа сильных гравитационных полей, т. е. для объектов с достаточно большими массами. Задача данного исследования сводится к тому, чтобы применить методику, применяющуюся в геометродинамике непосредственно к полям тяготения, создаваемыми Луной и Землей. Законы геометродинамики не ограничивают применения ее правил для анализа слабых гравитационных полей.

Известно, что исходная двойная планетная система Земля-Луна обладает медленным движением и слабым гравитационным полем, это подтверждается неравенством [7, с. 13].

$$R \gg \frac{2GM}{c^2}, \text{ при } v \ll c \quad (2)$$

где M – масса системы, R – радиус системы, G – гравитационная постоянная, v – скорость внутри системы, $2GM/c^2$ – радиус Шварцшильда, c – скорость света. К тому же, как отмечается в [5, с. 42], из предложения о малой скорости вытекает условие, что само гравитационное поле должно быть слабым. В связи с этим Земля и ее естественный спутник создают вокруг себя искривление пространства-времени, но кривизна метрики будет небольшой.

Для того чтобы вычислить величины Z_ζ и Z_δ , воспользуемся одним из правил геометродинамики, а именно, методом диаграмм погружения. Идея этого метода состоит в том, чтобы для погруженной поверхности [1, с. 136] с постоянными t и r необходимо найти функцию $Z(r)$ такую, для которой

$$ds^2 = dZ^2 + dr^2 + r^2 d\Theta^2 = \left[1 + \left(\frac{dZ}{dr} \right)^2 \right] dr^2 + r^2 d\Theta^2 = \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2M}{r} \right)} + r^2 d\Theta^2, \quad (3)$$

Решение имеет вид

$$Z(r) = \sqrt{[8M(r - 2M)]} \quad (4)$$

Соотношение (4) представляет собой параболоид, полученный путем вращения параболы вокруг оси r . В выражение (4) входят: масса объекта M , имеющая размерность - см; радиус-вектор r - единицы измерения, которого тоже см. Оба этих параметра имеют размерность, выраженную через геометризованные единицы [8, с. 273].

С физической точки зрения необходимо отметить и такой факт: диаграммы погружения для планет (звезд) строятся как для внутренних областей, так и для внешних. Но для движущихся частиц (тел) не имеет значения, какова геометрия внутри планеты (звезды), поскольку частица (тело) никогда не попадет внутрь планеты (звезды); прежде чем это произойдет, будет наблюдаться процесс столкновения с поверхностью планеты (звезды), разумеется, в том случае, если центром притяжения является планета (звезда).

3. Результаты

Прежде чем перейти к вопросам расчетного характера, необходимо сказать следующее: в геометродинамике все величины переводятся в геометризованные единицы, следовательно, и здесь необходимо предварительно скорректировать физические параметры Луны и Земли. Для того чтобы привести физическую массу выше указанных объектов к геометризованной, воспользуемся выражением вида [7, с. 39].

$$M_{geom} = \frac{G}{c^2} M_{phys} = 0,742 \times 10^{-28} M_{phys}, \quad (5)$$

где M_{geom} - приведенная масса тела, M_{phys} - физическая масса тела, G - гравитационная постоянная, c - скорость света. Физическая масса Земли и Луны определяются как $\approx 5,98 \times 10^{27}$ г и $\approx 7,35 \times 10^{25}$ г соответственно. Теперь воспользовавшись (5) оценим приведенные геометризованные массы Луны и Земли: $M_{geom \delta} \approx 4,37 \times 10^{-1}$ см, $M_{geom \zeta} \approx 5,45 \times 10^{-3}$ см.

При построении диаграмм погружения следует учитывать, что текущее значение радиус-вектора r в формуле (4) выбирается в зависимости от величины $2M$, т.к. при $r \geq 2M$ имеет место действительная область шварцшильдовской геометрии, а при $r < 2M$ - геометрия становится сингулярной.

Для определения координат диаграмм погружения подставляем $M_{\text{geom } \delta}$ и $M_{\text{geom } \epsilon}$, а также варьируемые значения r в (4), причем для простоты расчетов будем выражать текущие значения радиус-вектора через текущие значения приведенных масс Земли и Луны соответственно, см. формулу (4). Полученные результаты занесены в Таблицы 1 и 2.

В данном анализе этого достаточно для того, чтобы выявить конфигурацию диаграмм. На Рисунках 1 и 2 показаны гравитационные профили погруженных поверхностей.

Таблица 1. Определение параметров гравитационной ямы, создаваемой Землей

$r = n M_{\text{geom } \epsilon}$		$Z_{\epsilon}(L)$
cm	n	cm
0,01090	2	0
0,01635	3	0,0154142
0,02180	4	0,0217990
0,02725	5	0,0266983
0,03270	6	0,0308285
0,03815	7	0,0344688
0,04360	8	0,0377584
0,04905	9	0,0407835
0,05450	10	0,0435993

Таблица 2. Определение параметров гравитационной ямы, создаваемой Луной

$r = n M_{\text{geom } \delta}$		$Z_{\delta}(L)$
cm	n	cm
0,874	2	0
1,311	3	1,2360226
1,748	4	1,6748000
2,185	5	2,1408540
2,622	6	2,4720453
3,059	7	2,7638306
3,059	8	3,0276248
3,933	9	3,2702085
4,37	10	3,4960000

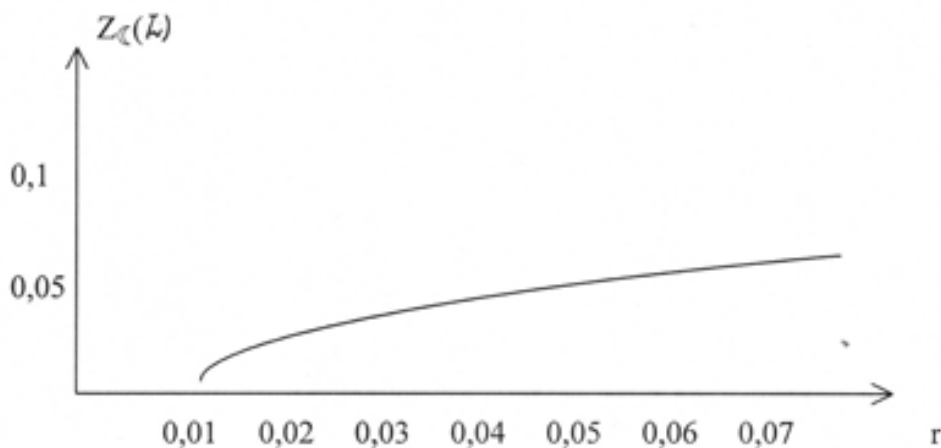


Рис. 1. Гравитационный профиль погружённой поверхности Луны

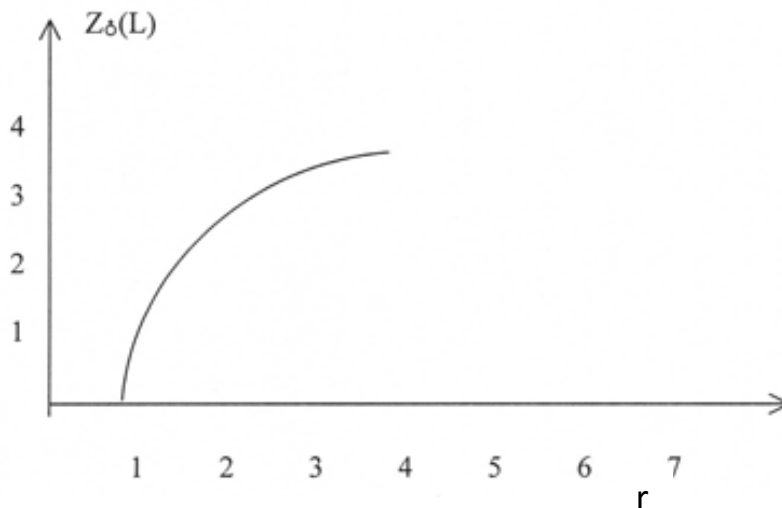


Рис. 2. Гравитационный профиль погружённой поверхности Земли

Следующим шагом является выявление инвариантности между радиус-вектором r и средним расстоянием L между Землей и Луной. Действительно, радиус-вектор r – это, по сути дела, текущее расстояние от тела до произвольной координатой точки в пространстве. Таким образом, легко заметить, что L тождественно некоторому текущему значению r . Известно, что среднее расстояние от Земли до Луны оценивается в 384 400 км [4, с. 112]. Запишем L в системе СГС, получаем: $L \approx 3,844 \times 10^{10}$ см. Подставляя L в (4) и учитывая соотношение значений $M_{\text{geom } \zeta}$ и $M_{\text{geom } \delta}$, находим, что глубина гравитационной ямы равна:

$$\text{со стороны Земли } Z_{\delta}(L) \approx 3,665 \times 10^5 \text{ см,}$$

$$\text{со стороны Луны } Z_{\zeta}(L) \approx 0,409 \times 10^5 \text{ см.}$$

Далее необходимо определить числовые значения точки, являющейся местом пересечения двух диаграмм погружения. Обозначим эту точку через A ; примем также, что A обладает единичной массой m_A . Каким свойствам должна подчиняться эта точка:

1) т. A будет располагаться между орбитами Луны и Земли на таком расстоянии, на котором сила тяготения $F_{\delta A}$ от Земли до A и сила тяготения $F_{\Lambda \zeta}$ от Луны до A – эквивалентны, т. е. $F_{\delta A} = F_{\Lambda \zeta}$; при этом $L_{\delta A} > L_{\Lambda \zeta}$ и $L = L_{\delta A} + L_{\Lambda \zeta}$.

2) т. A располагается на вершине гребня двух пересеченных метрик, т. е. она будет являться наивысшей точкой изгиба, высоту которого обозначим через h .

Проведем проработку пунктов 1 и 2, для этого используем (Рис. 3).

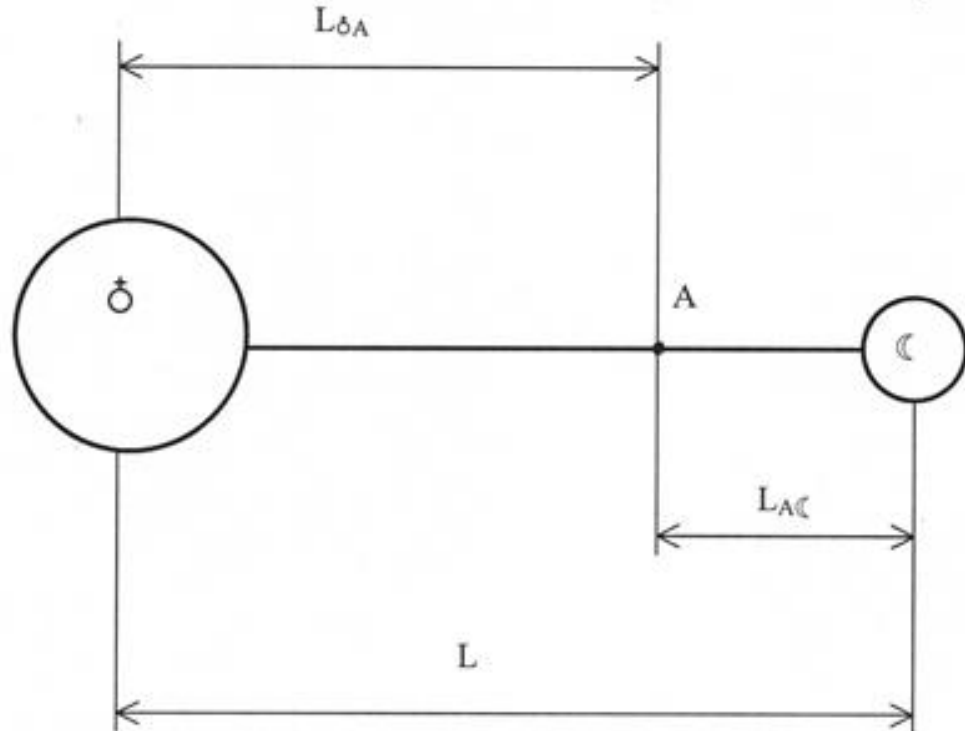


Рис. 3. Схематическое изображение двойной планетной системы Земля-Луна

По пункту 1 запишем закон всемирного тяготения для т. A , Земли и Луны. Имеем:

$$\text{со стороны Земли } F_{\delta A} = -\gamma (M_{\delta} m_A) L_{\delta A}^{-2} \quad (6)$$

$$\text{со стороны Луны } F_{\Lambda \zeta} = -\gamma (m_A M_{\zeta}) L_{\Lambda \zeta}^{-2}.$$

С учетом равенства этих сил получим

$$-\gamma (M_{\delta} m_A) L_{\delta A}^{-2} = -\gamma (m_A M_{\zeta}) L_{\Lambda \zeta}^{-2} \quad (7)$$

где $\gamma = 6,67 \times 10^{-8}$ см³/г сек² – гравитационная постоянная; $M_{\delta} \approx 5,98 \times 10^{27}$ г – физическая масса Земли, $M_{\zeta} \approx 7,35 \times 10^{25}$ г – физическая масса Луны; m_A – единичная масса т. A ; $L_{\delta A}$ – расстояние от Земли до т. A ; $L_{\Lambda \zeta}$ – расстояние от т. A до Луны. Так как $L_{\Lambda \zeta} = L - L_{\delta A}$, следовательно, выражение (7) перепишется в виде

$$-\gamma (M_{\delta} m_A) L_{\delta A}^{-2} = -\gamma (m_A M_{\zeta}) (L - L_{\delta A})^{-2} \quad (8)$$

Это соотношение разрешимо относительно $L_{\delta A}$, если $L_{\delta A} \neq 0$; $L - L_{\delta A} \neq 0$.

После преобразований находим, что

$$L_{\delta A} = L [(M_{\epsilon} / M_{\delta})^{1/2} + 1]^{-1/2} \quad (9)$$

Отсюда $L_{\delta A} \approx 3,46036 \times 10^{10}$ см. И тогда $L_{A\epsilon} \approx 0,638364 \times 10^{10}$ см. Проверка: в выражение (6) подставляем $L_{\delta A}$ и $L_{A\epsilon}$. Затем, вычисляем, что $F_{\delta A} \approx -0,3331$ г см/сек²; $F_{A\epsilon} \approx -0,3331$ г см/сек². Видно, что значения гравитационных сил согласуются до четвертого знака после запятой.

Теперь остается подставить $L_{\delta A}$ и $L_{A\epsilon}$, которые тождественны g в (4), чтобы определить величину параметра h , указанного в пункте (2). Таким образом, со стороны Луны t . A располагается на высоте $h_{A\epsilon} \approx 0,129331 \times 10^{10}$ см, а со стороны Земли $h_{\delta A} \approx 3,478138 \times 10^{10}$ см.

Перейдем теперь к вопросу, который касается проблемы, связанной с процессом гравитационного излучения исходной двойной планетной системы. Естественно ожидать, что при тех параметрах, которыми обладает эта система, полная энергия излучения E и мощность P будут определяться весьма малыми величинами. В данной работе не приводятся численные оценки этих параметров, ибо это не входит в задачу данного исследования. Здесь в общей форме констатируется вышеуказанный факт.

Из всего комплекса характеристик, описывающих процесс гравитационного излучения двойной системы, заслуживает внимание только время t , через которое расстояние между Землей и Луной уменьшится до нуля [1, с. 178].

$$t = \frac{5}{256 \left[L^4 (\mu \Omega^2) \right]} \quad (11)$$

где L – расстояние между Землей и Луной; μ – масса, равная $(M_{\text{geom}\delta} \times M_{\text{geom}\epsilon}) \times (M_{\text{geom}\delta} + M_{\text{geom}\epsilon})^{-1}$; Ω – масса, равная $(M_{\text{geom}\delta} + M_{\text{geom}\epsilon})$. Учитывая их численные значения, которые указаны в (5), находим $t_{\text{geom}} \approx 4047,1138 \times 10^{40}$ см. Используя калибровку вида [7, с. 67].

$$t_{\text{geom}} = t_{\text{phys}} \times c, \quad (12)$$

определяем, что время, выраженное в физических единицах, при котором расстояние между Луной и Землей уменьшится до нуля, равно $t_{\text{phys}} \approx 1,349971 \times 10^{32}$ сек. Таким образом, двойная планетная система Земля-Луна будет устойчива на довольно большом временном промежутке, даже в случае излучения слабых гравитационных волн.

Согласно предложенному сценарию строения межпланетной геометрии пространства двойной системы Земля-Луна, наблюдаем следующую картину.

Пусть, некоторое пробное тело движется от Земли к Луне. Тогда оно будет подниматься по геодезической из потенциальной гравитационной ямы $h_{\delta A}$ Земли по направлению к вершине изгиба метрики (t . A). По мере движения вверх пробное тело испытывает уменьшение воздействия поля тяготения Земли. На вершине искривленной метрики действие гравитационных сил со стороны Луны и Земли уравновешенно. При дальнейшем движении, пробное тело все больше захватывается потенциальным гравитационным полем Луны, т. е. происходит процесс погружения. И, как следствие, оно оказывается в гравитационной яме $Z_{\epsilon}(L)$, созданной Луной.

4. Заключение

В данной работе, используя методику диаграмм погружения, были определены: 1) глубины потенциальных гравитационных ям, создаваемые Землей и Луной соответственно; 2) найдены конкретные значения высоты изгиба метрики как со стороны Луны – $h_{A\epsilon}$, так и со стороны Земли – $h_{\delta A}$. И как предполагалось, эти числовые характеристики малы в соизмерении как с расстоянием L между Землей и Луной, так и с самими размерами этих тел [7, с. 104] (радиус Земли равен $R_{\delta} \approx 6,378 \times 10^8$ см, а радиус Луны $R_{\epsilon} \approx 1,738 \times 10^8$ см). Этот факт находится в хорошем согласии с механикой Ньютона, которая применяется для анализа слабых источников гравитационных полей.

Возможно, наличие кривизны метрики между Землей и Луной в дополнительной степени способствует устойчивости в пространстве исходной двойной планетной системы. Хотя высота этого изгиба и незначительна, но Луна физически не может преодолеть его без внешнего притока дополнительной энергии. Такой энергии, при которой Луна смогла бы подняться на вершину искривленного пространства и скатиться по искривленному профилю метрики в центр потенциальной гравитационной ямы, создаваемой Землей.

Отсутствие же пространственного кривизны, по всей видимости, может привести к неустойчивому состоянию двойной планетной системы Земля - Луна. Отмечается также, что найденные параметры $h_{A\epsilon}$ и $h_{\delta A}$ будут необходимы для более тонких оценок физико-геометрического состояния искривленного пространства в выше указанной системе.

Отметим также, что предложенное в данном работе исследование не подменяет собой строгие классические выводы, объясняющие устойчивое положение на орбите естественного спутника Земли. Оно позволяет глубже взглянуть на механизм гравитационной связанности Луны и Земли.

И в заключение, хотелось бы отметить два чрезвычайно важных следствия, которые вытекают из анализа, представленного в данной статье:

1) так как Луна движется вокруг Земли по эллиптической орбите, т. е. имеется апогей (406 700 км) и перигей (356 400 км), то легко заметить, что высота гравитационного изгиба h будет варьироваться от \min до \max величины. Причем минимальная высота достигается при апогее, а максимальная - при перигее;

2) аппроксимируя методику диаграмм погружения в целом на всю Солнечную систему, можно точно построить гравитационный профиль нашей планетной системы.

Литература

1. *Лайтман А., Пресс В., Прайс Р., Тюкольский С.* Сборник задач по теории относительности и гравитации, пер. с англ. А. П. Бондарев и Ю. А. Данилов, под ред. И. М. Халатникова, М.: Мир, 1979.
2. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория Поля. М.: Наука, 1973.
3. *Рябов Ю. А.* Движение небесных тел. М.: Наука, 1977. 34 с.
4. *Сагитов М. У.* Лунная гравиметрия. М.: Наука, 1979. 112 с.
5. *Birkhoff G. D.* Relativity and modern physics. Mass., Harvard University Press, Cambridge, 1923.
6. The Encyclopedia Americana: a library of universal knowledge. Volume 26. — Encyclopedia Americana Corp., 1920. 162–163 p.
7. *Lang K. R.* Astrophysical formulae, Part 2. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York. 1974.
8. *Misner C. W., Thorn K. S., Wheeler J. A.* Gravitation, W. H. Freeman, New York. 1973. 273 p.