ОЦЕНКА ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ КРУПНОСТИ МИНИМАЛЬНОЙ ФРАКЦИИ ПУЗЫРЬКОВ ВОЗДУХА ДЛЯ РАСЧЕТА РАЗДЕЛИТЕЛЬНОЙ ЗОНЫ ФЛОТАТОРА

Школьная Е.И.

Школьная Елена Игоревна - магистрант,
кафедра техносферной безопасности, факультет энергомашиностроения,
Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана, г. Москва

Аннотация: *в статье анализируется изменение скорости пузырька во флотационных аппаратах, а также возможность рассмотрения методики расчета аппаратов по высоте.*
Ключевые слова: *напорная флотация, уравнение конвективной диффузии, методика расчета.*

Флотация с выделением воздуха из раствора довольно широко применяется в практике очистки сточных вод, содержащих очень мелкие частицы загрязнений, поскольку позволяет получать самые мелкие пузырьки воздуха. Сущность его заключается в создании пересыщенного раствора воздуха в сточной жидкости. Выделяющийся из такого раствора воздух образует микропузырьки, которые и флотируют содержащиеся в сточной жидкости загрязнения.

При увеличении глубины флотационной камеры на кинетику пузырьков в большей мере начинают оказывать изменения насыщающей концентрации и давления, а также коалесценция (чаще в колонных аппаратах). В таком случае, ввиду усложнения численного анализа, проще оказывается оценить гидравлическую крупность пузырька, как определяющий параметр при расчете разделительной зоны флотатора [1, с. 101].

Выведем уравнение движения границы газового пузырька из уравнения конвективной диффузии.

$$\frac{\partial C}{\partial t}=-\frac{\partial uC}{\partial x}+\frac{\partial^2 DC}{\partial x^2} \qquad (1)$$

Считаем, что пузырек всплывает в неограниченном объеме жидкости, находящейся в покое. Предполагая, что пузырек имеет форму сферы, введем сферическую систему координат с центром в центре пузырька. Начальные и граничные условия запишутся в следующем виде:

$$t=0\rightarrow C\left[r\left(t\right),0\right]=C\left(t\right) \quad t>0\rightarrow C\left[r\left(t\right),0\right]=C_H$$
$$a>r\left(t\right);r\left(t\right)=r_0 \qquad \lim C\left(a,t\right)=C_t \qquad (2)$$

где a – радиальная координата, r(t) – переменный радиус пузырька;

r_0 – начальный радиус пузырька; C(t) – концентрация газа в растворе; C_H – насыщающая (равновесная) концентрация газа в растворе.

Уравнение конвективной диффузии принимает вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t}=-\frac{\partial uC}{\partial a}+D\left[\frac{\partial^2 DC}{\partial r\left(t\right)^2}+\frac{2}{r\left(t\right)}\cdot\frac{\partial C}{\partial a}\right] \qquad (3)$$

Согласно закону Фика поток массы газа в пузырек в единицу времени составляет:

$$\frac{\partial m}{\partial t}=4\pi r^2\left(t\right)D\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=r(t)}. \qquad (4)$$

Выражая массу через термодинамические параметры и дифференцируя уравнение (4), получаем:

$$D\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=r(t)} = \frac{M\rho_{ж}}{3RT}\left\{\begin{gathered} r^2(t)\frac{d^2r(t)}{dt^2} + 7r(t)\frac{dr(t)}{dt}\frac{d^2r(t)}{dt^2} + \\ + \frac{3}{\rho_{ж}}\left[\frac{2\sigma}{r(t)} - p_H + p(t)\right]\frac{dr(t)}{dt} + \frac{r(t)}{\rho_{ж}}\cdot\frac{dp(t)}{dt} \end{gathered}\right\},$$

что вместе с уравнением неразрывности (6):

$$\frac{\partial u}{\partial a} + \frac{2u}{a} = 0 \qquad (6)$$

представляет собой систему дифференциальных уравнений, интегрирование которых при указанных выше начальных и граничных условиях позволит определить движение границы одиночного пузырька, обусловленного диффузией газа и изменением гидростатического давления.

Дополняя начальные условия нижеуказанными ограничениями:

$$t = 0 \rightarrow \frac{dr}{dt} = 0; \frac{d^2r}{dt^2} = 0; \frac{dC}{da} = 0 \qquad (7)$$

и упрощая систему, получаем:

$$\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=r(t)} = \left[C(t) - C_H\right]\left[\frac{1}{r(t)} + \frac{1}{\sqrt{\pi Dt}}\right]. \qquad (8)$$

Подставим (8) в (3):

$$\frac{M}{RT}\left[\frac{4\sigma}{3r(t)} - p_H + p(t)\right]\frac{dr(t)}{dt} + \frac{M}{3RT}r(t)\frac{dp(t)}{dt} = \\ = \left[C(t) - C_H\right]\left[\frac{1}{r(t)} + \frac{1}{\sqrt{\pi Dt}}\right] \qquad (9)$$

Пренебрегая давлением насыщенных паров, величинами $\frac{4\sigma}{3r(t)}$ (в сравнении с p(t) и $\frac{1}{\sqrt{\pi Dt}}$,

можем записать:

$$\frac{dr(t)}{dt} = \frac{RT}{M}\cdot\frac{D\Delta C(t)}{p(t)\cdot r(t)} - \frac{r(t)}{3p(t)}\cdot\frac{dp(t)}{dt} \qquad (10),$$

где $\Delta C(t) = C(t) - C_H$ - пересыщение жидкости растворенным газом.

Уравнение (8) описывает изменение размеров пузырька вследствие диффузии в него растворенного газа и падения гидростатического давления в окружающей его жидкости.

Чтобы определить скорость движения пузырька газа при изменении его размера необходимо решить систему уравнений, состоящую из (8) и уравнения движения тела переменной массы.

$$\begin{cases} \frac{dr(t)}{dt} = \frac{RT}{M}\cdot\frac{D\Delta C(t)}{p(t)\cdot r(t)} - \frac{r(t)}{3p(t)}\cdot\frac{dp(t)}{dt} \\ (m + m_П)\frac{du(t)}{dt} + u(t)\frac{d}{dt}(m + m_П) = \frac{4}{3}\pi r^3(t)\rho_{ж}g - 6\pi\mu r(t)u(t) \end{cases} \qquad (11)$$

Здесь m - масса газа в пузырьке; $m_П$ - присоединенная масса жидкости; u(t) – скорость движения пузырька; $F = 6\pi\mu r(t)u(t)$ - сила сопротивления; $F = \frac{4}{3}\pi r^3(t)\rho_ж g$ - сила Архимеда.

Пренебрегая массой газа в пузырьке, запишем уравнение движения тела переменной массы:

$$\frac{2}{3}\pi r^3(t)\rho_ж \frac{du(t)}{dt} + u(t)\frac{d}{dt}\left[\frac{2}{3}\pi r^3(t)\rho_ж\right] = \frac{4}{3}\pi r^3(t)\rho_ж g - $$
$$-6\pi\mu r(t)u(t) \qquad (12)$$

Решая это уравнение и переходя от времени t к координате x, приходим к уравнению, которое в общем виде имеет решение:

$$u^2(x) = \exp\left(-\int_0^x \left(\frac{4}{3p(x)}\cdot\frac{dp}{dx}\right)dx\right)\left[u_0^2 + \int_0^x \left(4\beta BD\cdot\frac{\Delta C(x)}{p(x)}\right)\exp\left(-\int_0^x \left(\frac{4}{3p(x)}\cdot\frac{dp}{dx}\right)dx\right)dx\right] \qquad (13)$$

$$\beta = \frac{2\rho_ж g}{9\mu}; B = \frac{RT}{M}$$

Предполагая, что $\Delta C(x) = \Delta C_0 = const$, после вычисления интегралов получаем:

$$u^2(x) = \left(\frac{H_ф}{H_ф - x}\right)^{\frac{4}{3}}\left(u_0^2 + \frac{4}{3}A\Delta C_0\right) - \frac{3}{4}A\Delta C_0 \qquad (14),$$

Где $A = \frac{8}{9\mu}\cdot\frac{RT}{M}\cdot D$, $H_ф = h + h_0$.

Данная зависимость на графике:

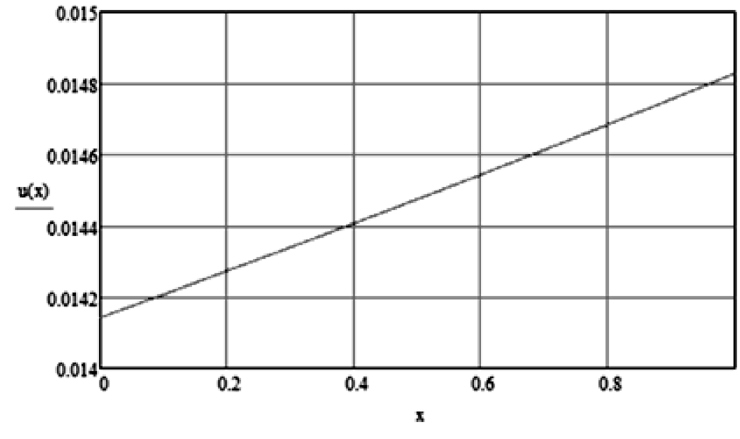

Рис. 1. Изменение скорости пузырька от координаты аппарата по высоте (теоретические данные)

Для опыта использовалась вода из московского водопровода. Для наблюдения исследуемых параметров был применен метод фотографирования и съемки оптической системой с малой глубиной резкости. По полученным видео определялась скорость пузырька. Далее был построен график зависимости скорости пузырька от координаты (Рисунок 2).

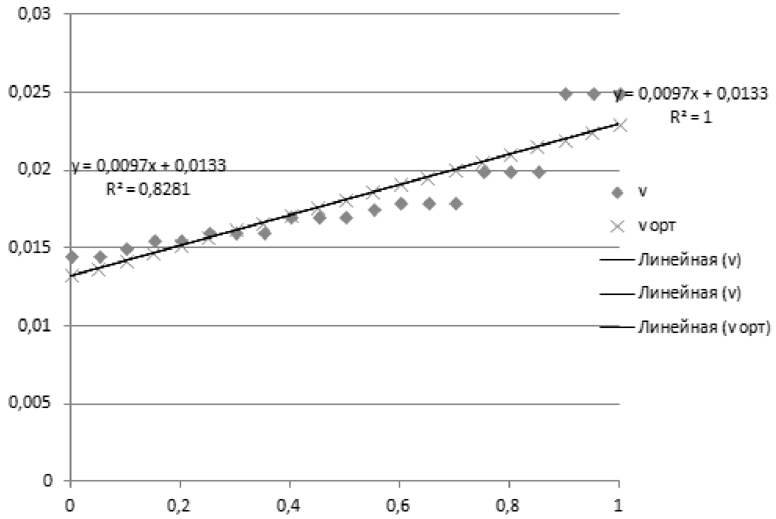

Рис. 2. Изменение скорости пузырька от координаты аппарата по высоте (опытные данные)

При решении уравнения конвективной диффузии можно получить математическую модель флотационного процесса с выражением концентрации загрязнений через координату, что позволяет проектировать аппараты, исходя из рабочей высоты. Рабочая высота представляет собой расстояние между инжекционным клапаном и входным патрубком.

Модель получается путем решения уравнения конвективной диффузии с последующей подстановкой в него полученного выражения скорости подъема пузырька [2, с. 315 - 318].

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial^2 DC}{\partial x^2} \qquad (15)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial uC}{\partial x} = \frac{\partial^2 DC}{\partial x^2}$$

$$\partial C = \partial\left(\frac{u(x)}{D}x\right) \qquad (16)$$

Подставляя полученное выше уравнение скорости и интегрируя после этого уравнение (16), получаем методику расчета аппаратов по высоте в зависимости от концентрации загрязнений.

Список литературы

1. *Стахов Е.А.* Очистка нефтесодержащих сточных вод предсприятий и хранения и транспорта нефтепродуктов. Л.: Недра, 1983. 263 с.
2. *Протодьяконов И.О., Люблинская И.Е.* Гидродинамика и массобмен в системах газ-жидкость. Л.: Наука, 1990. 349 с.